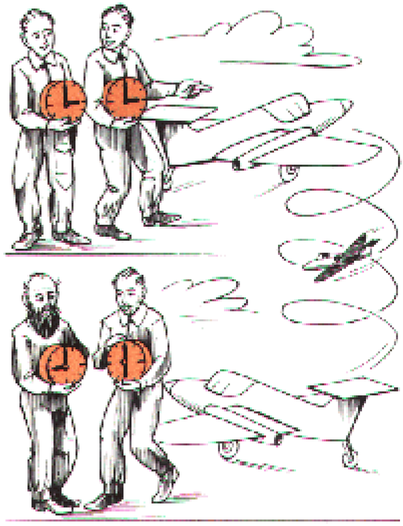

Posten 3

Ist Zeit relativ?

Sozialform:	Partnerarbeit
Bearbeitungszeit:	30 Minuten
Voraussetzung:	Posten 1 „Einsteins Postulate“

3.1 Einleitung

Die Postulate von Einstein – so kurz und verständlich sie auch zu sein scheinen – führen in ihrer logischen Konsequenz zu überraschenden Folgen. Eine davon – die sogenannte **Zeitdilatation** (Dilatation = Ausdehnung) – soll in diesem Posten behandelt werden.

Sie werden lernen, dass die Zeit nicht für alle gleich schnell läuft. Sie werden dies mithilfe von theoretischen Überlegungen ableiten, sich mit einem Gedankenexperiment zu einem Astronauten auseinandersetzen und Sie werden ein experimentelles Beispiel dazu kennen lernen, welches diese Vorraussagen bestätigt. Danach wird sich vermutlich Ihr Verständnis von Zeit geändert haben.

3.2 Arbeitsauftrag

1) Lesen Sie den ersten Text im Abschnitt 3.3 „Die Lichtuhr“ durch und beantworten Sie die Frage 1. Die Bemerkungen sind jeweils der Vollständigkeit halber angeheftet und empfehlen sich für diejenigen, welche ein tieferes Verständnis der Problematik erreichen möchten.

2) Lesen Sie die Abschnitte 3.4 „Experimentelle Überprüfung“ und 3.5 „Gedankenexperiment: Das Zwillingsparadoxon“ und bearbeiten Sie die Fragen 2 und – falls Sie gut in der Zeit liegen – die Frage 3.

3) Lesen Sie den Abschnitt 3.6 „Beispiel: Die Lebensdauer der Myonen“ durch und bearbeiten Sie Aufgabe 4.

4) Diskutieren Sie mit Ihrem Partner über Ihr Verständnis des Zeitbegriffs.

3.3 Die Lichtuhr

Stellen Sie sich eine möglichst einfache Lichtuhr vor. Sie besteht aus einem Behälter mit Spiegeln an beiden Enden, sodass ein Lichtblitz immer hin und her geworfen wird. An einem Ende des Behälters befindet sich ein Zähler, der jedes Mal eine Einheit weiterzählt, wenn ein Lichtblitz dort ankommt. Ist die Länge des Zylinders beispielsweise l = 0.15 m, dann ist die Zeiteinheit der Uhr

$$t_0 = 2l / c = \frac{0.3m}{3 \cdot 10^8 m/s} = 10^{-9}\ \text{s} = 1\ \text{ns}$$

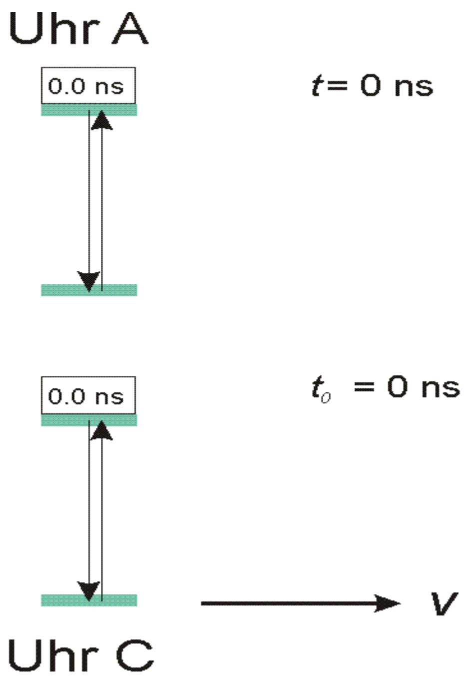

Abb. 1: Uhr C bewegt sich mit Geschwindigkeit v an den ruhenden Uhren A und B vorbei.

Betrachtet man nun zwei in einem Inertialsystem ruhende Uhren A und B. Diese Uhren sollen synchronisiert sein, indem sie z. B. vom Licht einer Blitzlampe in Gang gesetzt wurden, die genau in der Mitte zwischen den beiden Uhren gezündet wurde.

Eine dritte Uhr C bewege sich nun relativ zu A und B mit der Geschwindigkeit v von links nach rechts. In Bezug auf die ruhenden Uhren läuft das Licht in der bewegten Uhr schräg auf und ab. Es legt daher einen längeren Weg als in den ruhenden Uhren zurück. Da aber laut Einsteins Postulaten die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum immer c beträgt, wird die Periode der bewegten Uhr für den ruhenden Beobachter aufgrund des längeren Weges länger. Diesen Effekt bezeichnet man als Zeitdilatation.

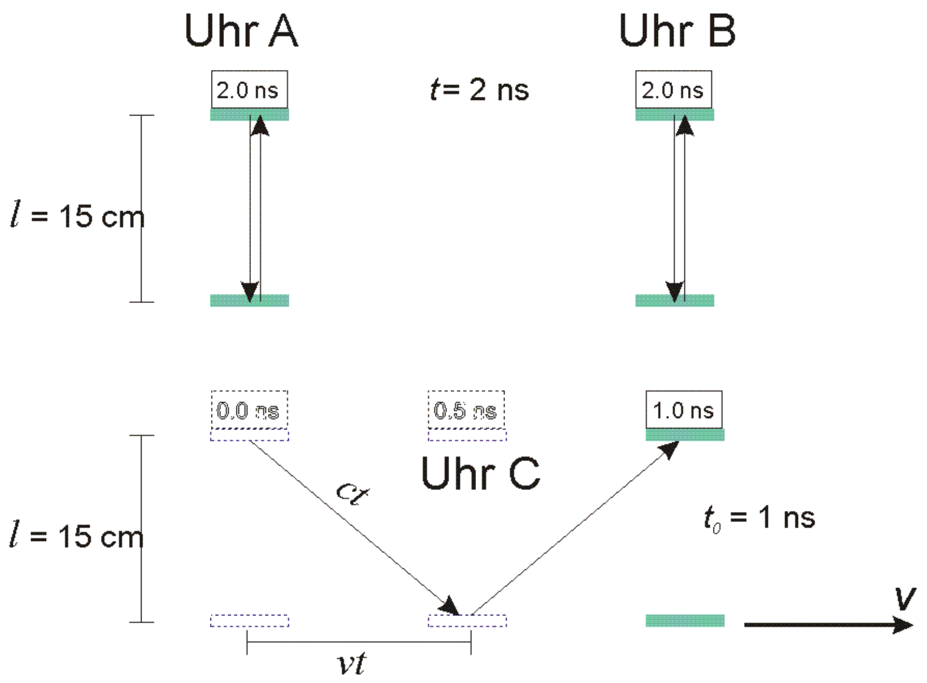

Abb. 2: Das Licht in der Uhr C muss einen längeren Weg zurücklegen und geht daher langsamer.

Um die Zeitdilatation zu berechnen, muss man feststellen, welche Beziehung zwischen der Zeitangabe t_0 der bewegten Uhr und der Zeit t der ruhenden Uhren besteht. Läuft das Lichtsignal in der bewegten Uhr C einmal hinab, so zeigt C die Zeit $t_0 = l/c$ an. Vom Standpunkt der bewegten Uhr C hat das Lichtsignal ja lediglich die Zylinderlänge l zurückgelegt.

Vom Standpunkt der ruhenden Uhren A und B dagegen hat das Lichtsignal einen wesentlich längeren Weg zurückgelegt und dazu die Zeit t benötigt, die wir mit Hilfe der Abbildung berechnen können. Aus dem Pythagoreischen Lehrsatz folgt nämlich

$$l^2 + (vt)^2 = (ct)^2$$

Setzt man für l die Strecke, die das Licht zurücklegt, also $l = ct_0$ ein, so ergibt das

$$(ct_0)^2 + (vt)^2 = (ct)^2$$

Auflösen nach t ergibt:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} =: \gamma t_0 \qquad (\text{mit Relativitätsfaktor } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}})$$

Da für $v>0$ immer $\gamma < 1$ gilt, so folgt daraus:

$$t_0 < t$$

Im Bezugssystem der Uhren A und B geht die bewegte Uhr C also langsamer als die ruhenden.

Bemerkung: Es ist dabei tatsächlich notwendig, von mindestens zwei ruhenden Uhren auszugehen. Zunächst fliegt nämlich Uhr C an der ruhenden Uhr A vorbei, wobei beide auf Null gestellt werden sollen, $t = t_0 = 0$*. Da sich C weiterbewegt, kann diese Uhr später nicht wieder mit A verglichen werden, sondern nur mit der zweiten ruhenden Uhr B. Dabei muss B mit A synchronisiert sein, um den Zeitvergleich zwischen der Angabe* t_0 *der bewegten Uhr C und der Anzeige t von B sinnvoll zu machen.*

Bei der Zeitdilatation handelt es sich **nicht** um eine Art *scheinbaren Effekt* oder eine *Täuschung* - es sind hier die tatsächlichen Zeiten betroffen, wie sie mit (hinreichend genauen) Uhren beliebiger Bauart gemessen werden können. Die Zeitdauer, die ein Prozess in Anspruch nimmt, ist keine universelle Größe, sondern hängt vom Bewegungszustand des Beobachters ab. Die *Zeit* hat ihren absoluten Charakter - den sie in der klassischen Physik hatte - verloren.

Bemerkung: Im Zuge unserer Argumentation haben wir stillschweigend vorausgesetzt, dass der Abstand zwischen den Spiegeln in beiden Systemen gleich groß ist. Sie werden im Posten 5 feststellen, dass nicht nur Zeitintervalle, sondern auch räumliche Abstände vom Bewegungszustand des Beobachters abhängen. Allerdings betrifft dieser Effekt nur Längen in die relative Bewegungsrichtung der beiden Systeme. Wir haben, mit anderen Worten, stillschweigend vorausgesetzt, dass Längen quer zur Bewegungsrichtung in beiden Systemen gleich groß sind. Der entsprechende Beweis wird in Posten 5 nachgeholt.

Zusammenfassung:

Bewegt sich eine Uhr an einem Satz synchronisierter Uhren vorbei, der in einem Inertialsystem ruht, so geht sie im Vergleich zu diesen Uhren langsamer.

„Eine bewegte Uhr geht langsamer.“

Zeigt die bewegte Uhr die Zeit t_0 und der ruhende Uhrensatz die Zeit t an, so gilt der Zusammenhang (v: Geschwindigkeit der bewegten Uhr, c: Lichtgeschwindigkeit im Vakuum):

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} =: \gamma\, t_0 \qquad \left(\text{mit Relativitä tsfaktor } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

Aufgabe 1: Bewegt sich eine Uhr mit der Geschwindigkeit v an einem Uhrensatz vorbei, welcher in einem Inertialsystem ruht, so geht sie langsamer als diese Uhren. Nähert sich die Geschwindigkeit der Uhr der Lichtgeschwindigkeit, so verlangsamt sich ihr Gang immer mehr.

a) Wenn bei einer ruhenden Uhr eine Stunde vergeht, wie viele Minuten vergehen in einer Uhr, die sich gegenüber den ruhenden Uhren mit der Hälfte der Lichtgeschwindigkeit bewegt?

b) Mit welcher Geschwindigkeit v muss sich die Uhr bewegen, damit sie halb so schnell läuft wie die ruhende?

c) (freiwillig) Welchen Wert nimmt t_0 für Überlichtgeschwindigkeiten (beispielsweise $v = 2c$) an? Wie interpretieren Sie dieses Resultat?

3.4 Experimentelle Überprüfung

1971 sind mit den Physiker Hafele und Keating zwei Atomuhren an Bord einer Boeing 747 mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 900 Kilometer pro Stunde um den Erdball geflogen. Man hatte sie zuvor mit zwei Atomuhren am Boden synchronisiert. Nach der Landung hatten die beiden bewegten Uhren tatsächlich einen Gangunterschied von einigen Nanosekunden (10^{-9} s) zu den ruhenden Uhren. Obwohl dieser sehr gering ist, liegt er deutlich über der Messgenauigkeit von damaligen Atomuhren.

3.5 Gedankenexperiment: Das Zwillingsparadoxon

Stellen Sie sich zwei Zwillinge vor. Der eine bleibe auf der Erde und der andere sei ein Raumfahrer, der auf einen Weltraumflug mit der Geschwindigkeit $v = 0.8\ c$ geschickt wird. Nach den bisherigen Erkenntnissen vergeht die Zeit für den Astronauten langsamer. Wenn er von seinem Raumflug zurückkommt, ist er weniger gealtert als sein Zwillingsbruder auf der Erde.

Aufgabe 2: Zum Zeitpunkt der Abreise sind die Zwillinge 25 Jahre alt. Berechnen Sie das Alter des Astronauten, wenn sein Zwillingsbruder auf der Erde seinen 50. Geburtstag feiert.

Aufgabe 3 (freiwillig): Wie weit hat sich der Astronaut während seiner Reise von der Erde entfernt?

(Bemerkung: Für ihn ist aber nur die Zeit vergangen, welche Sie in Aufgabe 2 berechnet haben. Ist er jetzt mit Überlichtgeschwindigkeit unterwegs gewesen? Machen Sie sich nicht zu viele Gedanken. Die Antwort finden Sie im Posten 5 und bedarf einer etwas genaueren Analyse.)

Bemerkung: Warum handelt es sich hier um ein Paradoxon? Nun, man könnte argumentieren wie die frühen Kritiker der Relativitätstheorie, dass gemäß dem Relativitätsprinzip für den Astronauten sein Bruder auf der Erde sich mit $v = 0.8\ c$ bewegt. Demnach müsste dieser weniger altern. Über dieses Problem sind sogar schon Bücher geschrieben worden.

Es lässt sich jedoch zeigen, dass der Raumfahrer durch seine Rückkehr abgebremst und beschleunigt wird und das Raumschiff mit welchem er unterwegs ist, daher kein Inertialsystem darstellt.

3.6 Beispiel: Die Lebensdauer der Myonen

Myonen sind elektronenähnliche Elementarteilchen, die aber instabil sind und nur für kurze Zeit existieren, bevor sie wieder zerfallen. Sie entstehen durch Wechselwirkungen von kosmischer Strahlung mit Protonen in den oberen Schichten der Erdatmosphäre (12-15 km Höhe). Entstehen z. B. zum Zeitpunkt $t = 0$ insgesamt 1´000 Myonen, so findet man zur Zeit t = 1 µs nunmehr 635 davon vor, nach 1,52 µs nur noch 500, also die Hälfte. Man bezeichnet daher $t_{1/2}$ = 1,52 µs als die Halbwertszeit der Myonen. Der Zerfall genügt einem Exponentialgesetz, wie dies auch für den radioaktiven Zerfall mancher chemischer Elemente der Fall ist. Nach 2 × 1.52 µs = 3.04 µs sind noch $1000 \times (½)^2 = 250$, nach 3 × 1.52 µs = 4.56 µs noch $1000 \times (½)^3 = 125$ Myonen zu finden.

Nehmen wir an, die Myonen würden mit einer Geschwindigkeit von c auf die Erde fallen, so benötigen sie für einen ruhenden Beobachter auf der Erde:

$$t = l / c = 12 \text{ km} / 300´000 \text{ km/s} = 40 \text{ µs}$$

Nach 40 µs existieren aber nach der Berechnung der Lebensdauer nur noch

$$n = n_0 \times (½)^{40/1.52} = n_0 \times 1.2 \cdot 10^{-8}$$, also nur noch ein winziger Bruchteil.

Auf der Erde hingegen wird immer noch rund die Hälfte der anfänglichen Myonen gemessen. Wie lässt sich das erklären?

Die Aufklärung gibt die Zeitdilatation. Die bewegten Myonen kann man als Uhren ansehen. Bei einer tatsächlichen Geschwindigkeit von $0.99942 \cdot c$ ist wegen der Zeitdilatation ihr Zerfall enorm verlangsamt, und die Halbwertszeit der bewegten Myonen vergrössert sich für den ruhenden Beobachter.

Aufgabe 4: Berechnen Sie die Halbwertszeit der Myonen für den ruhenden Beobachter, wenn sich die Myonen mit der Geschwindigkeit $v = 0.99942 \cdot c$ bewegen.

Damit ist in der Teilchenphysik ein experimenteller Nachweis für die Zeitdilatation gefunden worden.

Aufgabe 5 (freiwillig): Denken Sie über Ihr Verständnis der Zeit nach. Hat sich dieses in der letzten halben Stunde für Sie geändert? Diskutieren Sie mit Ihrem Gruppenpartner, resp. Ihrer Gruppenpartnerin.