Impuls

Der *Impuls* ist geeignet, Experimente sowohl mathematisch als auch sprachlich in einfacher Weise zu beschreiben. Umgangssprachlich verwenden wir den Begriff Impuls selten, umschreiben ihn aber häufig mit einem sinnverwandten Begriff. Man sagt z. B.: *Ein Auto stößt mit großer Wucht (großer Impuls) gegen eine Mauer*, oder: *Man gibt einem auf einer Schaukel sitzenden Kind einen Schwung (Impuls)*. Der Impuls eines Körpers, z. B. eines Wagens oder eines Balls, ist um so größer, je größer seine Masse und je höher seine Geschwindigkeit sind. Man empfindet dies besonders beim Versuch, einen solchen bewegten Körper abzubremsen.

Impuls und Kraft

Der Impuls eines Körpers ist definiert als das Produkt aus seiner Masse und seiner Geschwindigkeit.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Da die Geschwindigkeit ein Vektor ist, ist auch der Impuls eine vektorielle Größe. Die Einheit des Impulses ist einfach die des Produktes aus Masse · Geschwindigkeit, d. h. in SI-Einheiten $[p] = 1\,\mathrm{kg{\cdot}m/s}$.

Für die Änderung des Impulses eines Körpers ist eine Kraft erforderlich. Dabei spielt es keine Rolle, ob der Impuls zunehmen, abnehmen oder seine Richtung ändern soll. Newton drückte sein zweites Axiom ursprünglich in Abhängigkeit vom Impuls aus[1]. Nach heutigem Sprachgebrauch formuliert man das zweite Newtonsche Axiom der Bewegung folgendermaßen:

Die Änderung des Impulses eines Körpers ist gleich der auf den Körper ausgeübten Kraft.

Dies können wir als Gleichung schreiben[2]:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

[1] Er nannte das Produkt $m \cdot v$ *Bewegungsgröße*.

[2] $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \cdot \vec{a}$

Aufgabe 1

Ein Wagen prallt mit der Geschwindigkeit $v = 72\,\text{km/h}$ auf ein Hindernis und wird dabei um $s = 50\,\text{cm}$ gestaucht.

a) Wie lange dauert der Stoßvorgang, wenn das Hindernis nicht nachgibt?

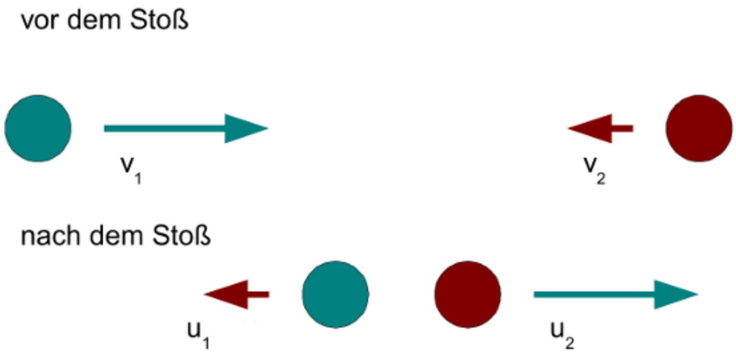
b) Welche Kraft müsste ein Fahrer mit der Masse $m = 70\,\text{kg}$ aufbringen, wenn er sich allein mit seinen Händen am Lenkrad abstützen wollte? Welches Vielfache seines Körpergewichts müsste er dabei aushalten?

Aufgabe 2

Am 16. Juli 1969 startete die 111 m hohe Saturn-V-Rakete ihren Flug zum Mond. Um die 2900 Tonnen schwere Rakete aus der Startrampe zu heben, erzeugten fünf Triebwerke in jeder Sekunde 14 Tonnen Verbrennungsgase, die mit einer Geschwindigkeit von 2,5 km/s ausgestoßen wurden. Berechne die Schubkraft der Rakete beim Start.

Impulserhaltung

Mitte des siebzehnten Jahrhunderts, kurz vor Newtons Zeit, war beobachtet worden, dass die Vektorsumme der Impulse zweier Körper, die aneinander stoßen, konstant bleibt. Betrachten wir z. B. den zentralen Stoß zwischen zwei Kugeln, wie in der Abbildung dargestellt. Wir gehen davon aus, dass die einzigen wesentlichen Kräfte – sogenannte *innere Kräfte* – die sind, die jede Kugel während des Stoßes auf die andere ausübt.



Obwohl sich der Impuls jeder der beiden Kugeln als Folge des Stoßes ändert, ist die *Summe* ihrer Impulse vor und nach dem Stoß dieselbe. Wenn $m_1 \cdot \vec{v}_1$ der Impuls von Kugel 1 und $m_2 \cdot \vec{v}_2$ der Impuls von Kugel 2 ist, jeweils vor dem Stoß gemessen, dann beträgt der *Gesamtimpuls* der beiden Kugeln vor dem Stoß $m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2$. Nach dem Stoß hat jede Kugel eine andere Geschwindigkeit und damit einen anderen Impuls. Der Gesamtimpuls nach dem Stoß beträgt $m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2$. Unabhängig davon, welche Geschwindigkeiten und Massen beteiligt sind, ist der Gesamtimpuls vor dem Stoß derselbe wie nach dem Stoß, solange keine äußere Kraft wirkt.

Der Gesamtimpuls eines abgeschlossenen Systems von Körpern bleibt konstant.

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2$$
$$\underbrace{\vec{p}_1 + \vec{p}_2}_{\text{vor dem Stoß}} = \underbrace{\vec{p'}_1 + \vec{p'}_2}_{\text{nach dem Stoß}}$$

Gerade unelastische Stöße

Stöße, bei denen die kinetische Energie nicht erhalten bleibt, werden als **unelastische Stöße** bezeichnet. Die kinetische Energie, die verloren geht, wird in andere Energieformen umgewandelt, häufig in Wärme. In diesem Fall können wir schreiben:

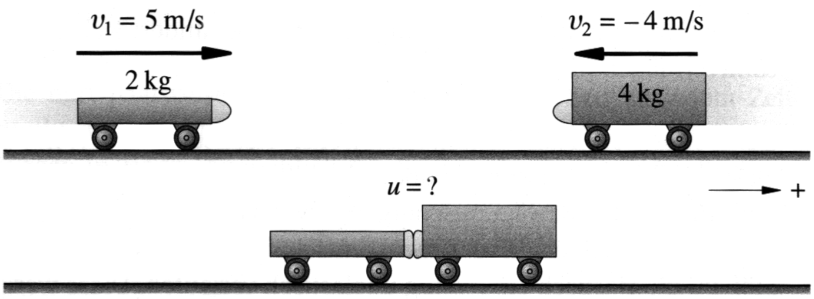
$$\underbrace{E_{kin,1} + E_{kin,2}}_{\text{vor dem Stoß}} = \underbrace{E'_{kin,1} + E'_{kin,2}}_{\text{nach dem Stoß}} + \text{Wärme und andere Energieformen}$$

Nach einem *völlig unelastischen* Stoß haften beide Körper aneinander. Sie haben danach also die gleiche Geschwindigkeit u. Diese kann man nun allein mit dem Impulserhaltungssatz bestimmen.

Aufgabe 3

a) Zwei Modellautos fahren aufeinander zu und haften nach dem Zusammenstoß mit Hilfe von Plastilin aneinander (siehe Abbildung). Berechne die Geschwindigkeit u der zusammenhängenden Modellautos nach dem Stoß und den Verlust ΔE der Bewegungsenergie.

b) Jetzt fahre das schwerere Modellauto mit $v_2 = 4\,\text{m/s}$ nach rechts, sodass das leichtere mit $v_1 = 5\,\text{m/s}$ auffährt. Wie groß sind die Geschwindigkeit u und der Energieverlust ΔE nun nach einem völlig unelastischen Stoß?



Zusammenstoß zweier Modellautos

Gerade elastische Stöße

Ein **elastischer Stoß** ist in der Abbildung auf S. 2 zu sehen. Nach einem elastischen Stoß haben die beiden Stoßpartner verschiedene Geschwindigkeiten u_1 und u_2. Um diese zu berechnen, brauchen wir sowohl den Impuls- als auch den Energieerhaltungssatz. Wir erhalten so ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten u_1 und u_2.

$$\text{Energieerhaltung:}\quad \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$$

$$\text{Impulserhaltung:}\quad m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$$

Für jeden zentralen elastischen Stoß lässt sich ohne weiteres daraus herleiten[3], dass

$$(1)\quad u_1 = v_1 \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} + v_2 \cdot \frac{2m_2}{m_1 + m_2}$$

und

$$(2)\quad u_2 = v_1 \cdot \frac{2m_1}{m_1 + m_2} + v_2 \cdot \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}$$

Aufgabe 4

Untersuche die folgenden Fälle mithilfe der beiden Formeln (1) und (2). Gib jeweils u_1 und u_2 an. Interpretiere und erläutere die Situation der Stoßpartner vor und nach dem Stoß anhand einer Skizze. (Es handelt sich immer um elastische Stöße.)

a) $m_1 = m_2$

b) $m_1 = m_2$ und $v_2 = 0$

c) $m_1 \gg m_2$ und $v_2 = 0$

d) $m_1 \ll m_2$ und $v_2 = 0$

Aufgabe 5

Ein Proton mit einer Masse von 1,01 u, das sich mit einer Geschwindigkeit von $3{,}6 \cdot 10^4\,\mathrm{m/s}$ bewegt, hat einen elastischen zentralen Stoß mit einem Heliumkern ($m_{He} = 4\,\mathrm{u}$), der sich anfangs in Ruhe befindet. Berechne die Geschwindigkeiten des Protons und des Heliumkerns nach dem Stoß.

Aufgabe 6

Zwei Kugeln ($m_1 = 150\,\mathrm{g}$, $m_2 = 250\,\mathrm{g}$) bewegen sich mit den Geschwindigkeiten $v_1 = 7{,}8\,\mathrm{m/s}$ und $v_2 = 5{,}6\,\mathrm{m/s}$ aufeinander zu. Sie stoßen zentral zusammen. Ermittle die Bewegungsrichtungen und die Geschwindigkeiten nach einem elastischen Stoß.

[3] Es empfiehlt sich für den motivierten Schüler, die Herleitung zur Übung selbstständig durchführen.