Arbeit, Energie, Leistung

Im Folgenden beschäftigen wir uns mit dem sehr wichtigen Begriff der **Energie** und dem eng damit verbundenen Begriff der **Arbeit**. Diese beiden Größen sind Skalare. Das macht das Arbeiten mit ihnen häufig leichter als mit Vektorgrößen wie Beschleunigung und Kraft.

Aus zwei Gründen ist die physikalische Größe der Energie von großer Bedeutung: 1. sie ist eine Erhaltungsgröße, 2. die Energie ist eine physikalische Größe, die nicht nur bei der Untersuchung von Bewegungen nützlich ist, sondern in allen Bereichen der Physik.

Der **Energieerhaltungssatz** stellt uns außerdem ein weiteres Werkzeug zur Lösung von Problemen zur Verfügung.

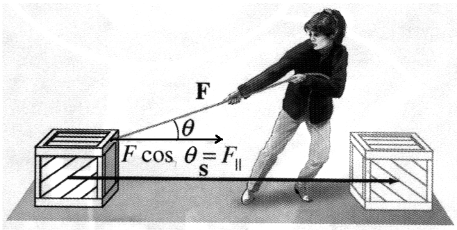
Arbeit bei konstanter Kraft

In der Physik beschreibt das Wort *Arbeit*, was durch die Einwirkung einer Kraft, die über eine bestimmte Strecke auf einen Körper einwirkt, erreicht wird. Die an einem Körper verrichtete Arbeit ist definiert als *das Produkt aus dem Betrag des Weges und der Komponente der Kraft parallel zum Weg*:

$$W = F_{||} \cdot s$$

Dabei ist $F_{||}$ die Komponente der konstanten Kraft $\vec{F}$ parallel zum Weg $\vec{s}$. Wir können auch schreiben:

$$W = F \cdot s \cdot \cos\theta$$



In der Abbildung sieht man eine Person, die eine Kiste über den Boden zieht. Kraft $\vec{F}$ und Weg $\vec{s}$ schließen den Winkel θ ein. Der Faktor $\cos\theta$ erscheint in der Gleichung, weil $F \cdot \cos\theta$ die Komponente von $\vec{F}$ parallel zu $\vec{s}$ ist.

Arbeit ist eine skalare Größe. Ihre SI-Einheit ist $[W] = 1\,\mathrm{Nm}$. Der spezielle Name für diese Einheit lautet **Joule** (J): $1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{Nm}$.

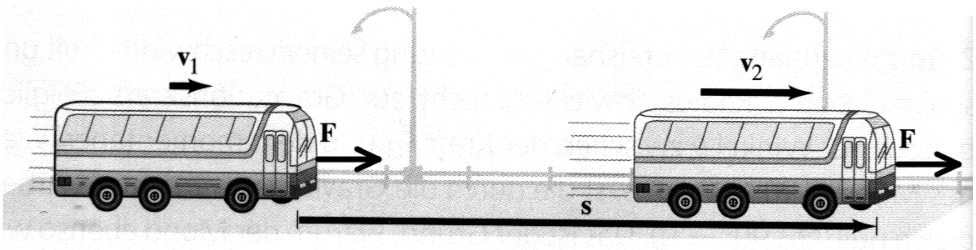
Aufgabe 1

Eine Kiste mit der Masse von 50 kg wird durch eine von einer Person ausgeübten konstanten Kraft $F_P = 100\,\mathrm{N}$, die wie in der Abbildung dargestellt, in einem Winkel $\theta = 37^o$ wirkt, 40 m über einen horizontalen Boden gezogen. Der Boden ist rau und übt eine Reibungskraft von $F_R = 50\,\mathrm{N}$ aus. Bestimme die an der Kiste verrichtete Nettoarbeit.

Kinetische Energie

Der Begriff *Energie* ist einer der wichtigsten naturwissenschaftlichen Begriffe. Dennoch können wir nicht einfach eine allgemeingültige Definition von Energie abgeben. Allerdings kann jede einzelne Form von Energie recht einfach definiert werden.

Ein in Bewegung befindlicher Köper hat die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten, und somit kann man sagen, dass er Energie besitzt. Die Bewegungsenergie wird **kinetische Energie** genannt (griechisch: *kinetikos* = Bewegung).



Eine konstante Kraft F beschleunigt einen Bus der Masse m über eine Strecke s von der Geschwindigkeit v_1 auf eine Geschwindigkeit v_2. Die verrichtete Arbeit beträgt $W = F \cdot s$. Die an dem Bus verrichtete Beschleunigungsarbeit ist gleich der Änderung seiner kinetischen Energie: $W = \Delta E_{kin}$.

Wir definieren die kinetische Energie (der Translationsbewegung) E_{kin} eines Körpers der Masse m und der Geschwindigkeit v:[1]

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Aufgrund ihrer Verwandtschaft mit der Arbeit, ist die Einheit der Energie $[E] = 1\,\text{J}$.

Aufgabe 2

a) Ein Baseball mit einer Masse von 145 g wird mit einer Geschwindigkeit von 25 m/s geworfen. (a) Wie groß ist seine kinetische Energie? (b) Wie viel Arbeit wurde verrichtet, um diese Geschwindigkeit aus der Ruhelage zu erreichen?

b) Ein Auto, das mit 60 km/h fährt, kann innerhalb von 20 m zum Stehen kommen. Wie lang ist der Anhalteweg, wenn das Auto doppelt so schnell fährt?

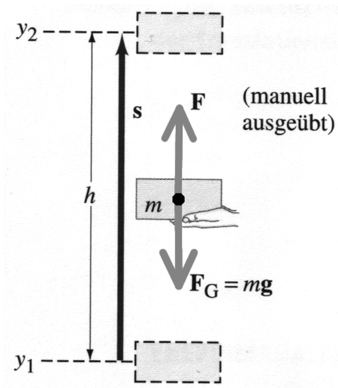
[1]**Herleitung der Formel**
Ein Körper der Masse m wird auf eine Geschwindigkeit v beschleunigt, indem eine konstante Kraft F über eine Strecke s auf ihn einwirkt. Die dabei verrichtete Arbeit ist die dem Körper zugeführte kinetische Energie $E_{kin} = F \cdot s$.
Da der Körper gleichmäßig beschleunigt wurde gilt $s = \frac{1}{2}at^2$ und $v = at$. Für die Kraft gilt das Newtonsche Grundgesetz $F = ma$.
Setzten wir dies alles in die obige Energieformel ein, erhält man $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$.

Potentielle Energie

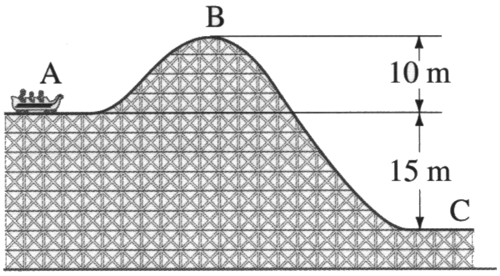
Das vielleicht gebräuchlichste Beispiel für **potentielle Energie** ist die *potentielle Energie als Folge der Gravitation.* Ein schwerer Hammer, der hoch gehalten wird, verfügt aufgrund seines Ortes relativ zur Erde über potentielle Energie. Er besitzt die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten, da er, wenn er losgelassen wird, aufgrund der Gravitationskraft nach unten fällt und Arbeit verrichten kann, z. B. an einem Pfahl, den er in die Erde treibt.

Wir bestimmen die potentielle Energie eines Körpers nahe der Erdoberfläche. Die Abbildung zeigt, dass zum vertikalen Anheben eines Körpers der Masse m eine aufwärts gerichtete Kraft F, die der Gewichtskraft $m \cdot g$ entspricht, z. B. durch eine menschliche Hand, ausgeübt werden muss. Die dabei verrichtete Arbeit ist also $W = m \cdot g \cdot (y_2 - y_1) = m \cdot g \cdot h$. Auch hier gilt $W = \Delta E_{pot}$. Somit kann die potentielle Energie E_{pot} in jedem Punkt in einer bestimmten Höhe h vertikal über einem Bezugspunkt bestimmt werden als

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$



Aufgabe 3



Ein Achterbahnwagen mit einer Masse von 1000 kg bewegt sich von Punkt A (siehe Abbildung) nach Punkt B und dann nach Punkt C. (a) Wie groß ist seine potentielle Energie in B und C relativ zu Punkt A? Nimm dazu $y = 0$ im Punkt A an. (b) Wie groß ist die Änderung der potentiellen Energie, wenn sich der Wagen von B nach C bewegt?

Energieerhaltung in der Mechanik

Wir definieren jetzt eine Größe E, die als **mechanische Gesamtenergie** eines Systems bezeichnet wird, als Summe aus der kinetischen Energie und der potentiellen Energie des Systems zu jedem Zeitpunkt: $E = E_{kin} + E_{pot}$.

In den einleitenden Worten wurde schon erwähnt, dass die Energie einer **Erhaltungsgröße** ist. D. h. die mechanische Gesamtenergie E bleibt konstant. $(E_{kin} + E_{pot})$ zu einem beliebigen Anfangszeitpunkt 1 ist gleich $(E_{kin} + E_{pot})$ zu einem späteren Zeitpunkt 2. Mit anderen Worten bedeutet das, wenn die kinetische Energie E_{kin} zunimmt, die potentielle Energie E_{pot} als Ausgleich um die gleiche Menge abnehmen muss. Dies nennt man den **Energieerhaltungssatz der Mechanik**:

Wenn Kräfte Arbeit verrichten, nimmt die mechanische Gesamtenergie eines Systems während eines Prozesses weder zu noch ab. Sie bleibt konstant – sie bleibt erhalten.

$$\Delta(E_{kin} + E_{pot}) = 0$$

Aufgabe 4

a) Löse nun die Aufgabe 3 (Looping) auf dem AB 09-Kreisbewegungen vollständig mithilfe des Energieerhaltungssatzes.

b) Schätze die kinetische Energie und die Geschwindigkeit ab, die ein Stabhochspringer der Masse 70 kg benötigt, um eine 5 m hohe Latte gerade zu überspringen. Nimm an, dass sich der Massenmittelpunkt des Springers anfangs 0,9 m über dem Boden befindet und seine maximale Höhe in der Höhe der Latte erreicht.

Leistung

Leistung ist definiert als die Geschwindigkeit, mit der Arbeit verrichtet wird: $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$.

Die in einem Prozess verrichtete Arbeit ist gleich der von einer Form in eine andere umgewandelte oder von einem Körper auf einen anderen übertragene Energie. Folglich können wir auch sagen, dass Leistung die *Geschwindigkeit ist, mit der Energie umgewandelt wird*:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Im SI-System wird Leistung in Joule pro Sekunde gemessen. Der Wert wird in einer speziellen Einheit angegeben $[P] = 1\,\mathrm{W}$ (Watt).

Häufig ist es zweckmäßig, die Leistung ausgedrückt in der auf einen Körper ausgeübten resultierenden Kraft $\vec{F}$ und der Geschwindigkeit $\vec{v}$ des Körpers anzugeben. Da $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ und $\Delta W = \vec{F} \cdot \vec{s}$, gilt

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Aufgabe 5

Ein Jogger mit einer Masse von 70 kg läuft eine Treppe in 4 s hoch. Die Höhe der Treppe beträgt 4,5 m. (a) Wie hoch ist die Leistungsabgabe des Joggers? (b) Wie viel Energie ist dafür erforderlich?